

Сравнительный анализ моделей турбулентности с использованием научного кода “Fastest-3D” и коммерческого пакета ANSYS CFX

М.А. Щербаков, А.А. Юн

филиал НТЦ им. А. Люльки ОАО «НПО «Сатурн»

Б.А. Крылов

МАИ (Технический университет)

Краткие сведения об авторах:

Михаил Александрович Щербаков родился в 1980 г. в городе Кулябе, Тадж. ССР. Аспирант МАИ. Основные научные интересы – в области газотурбинных двигателей, компрессоров, трехмерного моделирования течений.

Mikhail A. Scherbakov was born in 1980 in Kulyab city, Tadjekistan, engineer in NPO «Saturn». PhD student. The main research interest in gas turbine engine, compressors and computational fluid dynamics.

Александр Александрович Юн родился в 1974 г. в городе Бекабаде, Уз. ССР. Ведущий инженер НПО «Сатурн». Кандидат технических наук. Основные научные интересы – в области газотурбинных двигателей, камер сгорания, трехмерного моделирования течений. Автор более 20 научных работ.

Alexander A. Yun was born in 1974 in Bekabad city, Uzbekistan, principal engineer in NPO «Saturn». Dr. Dr. – Eng. The main research interest in gas turbine engine, combustion chamber and computational fluid dynamics. Author of 20 scientific papers.

Борис Анатольевич Крылов родился в 1935 г. в городе Шуя, Ивановской обл. Ведущий научный сотрудник, докторант МАИ. Кандидат технических наук. Основные научные интересы – в области газотурбинных двигателей,

турбин, трехмерного моделирования течений. Автор более 180 научных работ.

Boris A. Krilov was born in 1935 in Shuya city, Ivanovskaya province, leading researcher, researcher at the MAI. Ph. D. The area of interests is gas turbine engine, turbine and computational fluid dynamics. Author of 180 scientific papers.

Ключевые слова: канал, модель турбулентности, вычислительная гидрогазодинамика, численное моделирование, сеточная модель.

Keys: channel, turbulent model, CFD, numerical simulation, mesh generation.

Условные обозначения

Латинские

a_{ij}	m^2/c^2	компоненты тензора анизотропии рейнольдсовых напряжений
C_b, c_i		модельные коэффициенты
F_i		весовая функция
f_i		демпфирующие функции
k	m^2/c^2	турбулентная кинетическая энергия
l	м	характерный масштаб турбулентности
Re		число Рейнольдса
Re_t		турбулентное число Рейнольдса
S_{ij}	1/с	компоненты тензора скоростей деформации
$\overline{u_i u_j}$	m^2/c^2	компоненты тензора рейнольдсовых напряжений
y	м	расстояние от стенки
y^+		обезразмеренное расстояние от стенки

Греческие

$\alpha_i, \beta_i, \delta_i, \gamma_i$		модельные коэффициенты
ε	$\text{м}^2/\text{с}^2$	скорость диссипации турбулентной кинетической энергии
ε^+		безразмерная скорость диссипации турбулентной кинетической энергии
ϕ_{ij}		тензор перераспределения
μ, μ_t	кг/мс	коэффициенты динамической молекулярной и турбулентной вязкости
Ω_{ij}	1/с	компоненты тензора завихренности
ω		удельная скорость диссипации

Аббревиатуры

CFD	вычислительная гидрогазодинамика (Computational Fluid Dynamics)
CLS	модель Крафта, Лаундера, Шуга (Craft, Launder, Suga)
DNS	прямое численное моделирование (Direct Numerical Simulation)
EARSM	явная алгебраическая модель рейнольдсовых напряжений (Explicit Algebraic Reynolds Stress Model)
SST	перенос сдвиговых напряжений (Shear Stress Transport)

В настоящее время компании, занимающиеся разработкой и производством турбомашин, активно внедряют в процесс проектирования методы вычислительной гидродинамики (ВГД, в иностранной литературе CFD). Список задач, решаемых методами ВГД, постоянно расширяется. Появляются новые модели для более точного описания физических явлений, совершенствуются численные методы, растет производительность

вычислительной техники. Одной из прикладных задач CFD является моделирование турбулентного течения в пристеночной зоне.

В данной работе были рассмотрены следующие модели турбулентности, реализованные в коммерческих и научных пакетах ВГД: $k-\varepsilon$, $k-\omega$, SST, EARSM, нелинейные модели с пристеночными функциями и их low-Re – варианты для более точного описания пристеночных течений.

В настоящее время для описания турбулентных течений используют в основном методы, базирующиеся на решении уравнений Навье – Стокса.

Прямое численное моделирование (DNS) [1] предполагает решение полных нестационарных уравнений Навье – Стокса и уравнения неразрывности. Трудности DNS заключаются в ограниченности компьютерных ресурсов даже в настоящее время. С практической точки зрения, статистика, полученная с DNS, может быть использована для тестирования и калибровки моделей, базирующихся на осредненных уравнениях Рейнольдса.

Модели турбулентности, используемые в инженерных расчетах, обычно базируются на решении осредненных уравнений Рейнольдса (RANS).

В общем виде, используемые в моделях с одним или двумя дифференциальными уравнениями, уравнения переноса можно записать в следующем виде [2]

$$\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} = P - D + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \Gamma_\Phi) \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right] + A \quad (1)$$

Расшифровка параметров в уравнении (1) для каждого вида уравнений приведены в табл. 1 [3].

	Φ	P	D	Γ_Φ
кинетическая энергия	k	$\tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$	$\rho \varepsilon$ или $\beta^* \rho k \omega$	$\frac{\mu_t}{\sigma_k}$
скорость диссипации кинетической энергии	ε	$c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$	$c_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}$	$\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}$
удельная скорость диссипации	ω	$\alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$	$\beta \rho \omega^2$	$\sigma_\omega \mu_t$

В случае SST модели последний член уравнения (1)

$$A = 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (2)$$

в остальных случаях $A = 0$.

Константы для моделей с двумя дифференциальными уравнениями сведены в табл. 2.

Модельные коэффициенты для моделей с двумя дифференциальными уравнениями.

Таблица 2

$k - \varepsilon$ [4]	$c_{\varepsilon 1}$	$c_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε	c_μ
	1.44	1.92	1.0	1.3	0.09
$k - \omega$ [5]	β^*	β	α	σ_k	σ_ω
	0.09	0.075	5/9	0.5	0.5
$k - \omega$ (SST) [6]	β_1^*	β_1	α_1	σ_{k1}	$\sigma_{\omega 1}$
	0.09	0.075	$\beta_1 / \beta_1^* - \sigma_{\omega 1} k^2 / \sqrt{\beta_1^*}$	0.85	0.5
	β_2^*	β_2	α_2	σ_{k2}	$\sigma_{\omega 2}$
	0.09	0.0828	$\beta_2 / \beta_2^* - \sigma_{\omega 2} k^2 / \sqrt{\beta_2^*}$	1	0.856

Более детально модели, базирующиеся на двух дифференциальных уравнениях приведены в [7].

Модели с двумя дифференциальными уравнениями базируются на предположении Буссинеска и им присущи некоторые недостатки, которые можно обойти введением нелинейных членов в уравнение Буссинеска [2, 7].

Отличием потока вблизи стенок от основного состоит в том, что местное турбулентное число Рейнольдса Re_t является столь малым, что вязкие эффекты преобладают над турбулентными. Один из наиболее распространенных подходов к моделированию пристеночных течений связан с использованием метода пристеночных функций, который обладает двумя достоинствами: позволяет экономить вычислительные ресурсы и учитывать влияние различных факторов, в частности, шероховатости за счет введения эмпирических поправок [2, 7]. Другой метод заключается в использовании демпфирующих функций, например как в явной низкорейнольдсовой алгебраической модели рейнольдсовых напряжений WJ (Валлин & Йоханссон) [8]. В этом случае тензор анизотропии моделируется как

$$\begin{aligned} \alpha_{ij}^{ex} = & (1 - f_1^2) \frac{3B_2 - 4}{\max(\Pi_s, \Pi_s^{eq})} \beta_2 \left(S^2 - \frac{1}{3} \Pi_s I \right) + f_1^2 \beta_3 \left(\Omega^2 - \frac{1}{3} \Pi_\Omega I \right) + \\ & + \left[f_1^2 \beta_4 - (1 - f_1^2) \frac{B_2}{2 \max(\Pi_s, \Pi_s^{eq})} \right] (S\Omega - \Omega S) + \\ & + f_1 \beta_6 \left(S\Omega^2 - \Omega^2 S - \frac{2}{3} IVI \right) + f_1^2 \beta_9 (\Omega S \Omega^2 - \Omega^2 S \Omega), \end{aligned} \quad (3)$$

где в качестве демпфирующей функции используется функция Ван-Дрифта

$$f_1 = 1 - \exp\left(-\frac{y^+}{A^+}\right), \quad (4)$$

где $A^+ = 26$.

Ниже представлена другая модель, относящаяся к нелинейным моделям, Крафта, Лаундера, Шуги (CLS) [9], также использующей демпфирующие функции. Тензор анизотропии рейнольдсовых напряжений вычисляется следующим образом:

$$\begin{aligned}
a = & -\frac{\mu_t}{k} S + c_1 \frac{\mu_t}{\varepsilon} \left(S^2 - \frac{1}{3} II_s I \right) + c_2 \frac{\mu_t}{\varepsilon} (S\Omega - \Omega S) + \\
& + c_3 \frac{\mu_t}{\varepsilon} \left(\Omega^2 - \frac{1}{3} II_\Omega I \right) + c_4 \frac{\mu_t k}{\varepsilon^2} (S^2 \Omega - \Omega S^2) + \\
& + c_5 \frac{\mu_t k}{\varepsilon^2} \left(S^2 \Omega - \Omega S^2 - \frac{2}{3} IVI \right) + c_6 \frac{\mu_t k}{\varepsilon^2} S_{jk} S_{ki} + c_7 \frac{\mu_t k}{\varepsilon^2} S_{ij} \Omega_{jk} \Omega_{ki}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Коэффициент c_μ вычисляется по следующей формуле:

$$c_\mu = \frac{0.3}{1 + 0.35(\max(S, \Omega))^{1.5}} \left(1 - \exp \left[\frac{-0.36}{\exp(-0.75 \max(S, \Omega))} \right] \right) \tag{6}$$

Демпфирующая функция

$$f_\mu = 1 - \exp \left[- (\text{Re}_t / 90)^{1/2} - (\text{Re}_t / 400)^2 \right] \tag{7}$$

Модельные константы:

$$c_1 = -0.1; c_2 = 0.1; c_3 = 0.26; c_4 = -10c_\mu^2; c_5 = 0; c_6 = -5c_\mu^2; c_7 = 5c_\mu^2.$$

Отличие алгебраических моделей рейнольдсовых напряжений состоит в том, что для нахождения модельных коэффициентов при нелинейных членах используется транспортное уравнение переноса рейнольдсовых напряжений, сведенное к алгебраическому уравнению [9]. Дополнительно к уравнениям для тензора анизотропии рейнольдсовых напряжений решаются уравнения для переноса кинетической энергии и диссипации, например как модели Чена [5].

Для тестирования имеющихся моделей турбулентности была выбрана наиболее простая конфигурация – течение в двухмерном канале, образованном двумя бесконечными пластинами. Геометрические размеры модели выбраны из условия обеспечения установившегося турбулентного течения. Длина канала составляла $100h$, где h – ширина канала. Сеточная модель канала строилась в программном пакете ANSYS ICEM CFD.

Задание граничных условий и начального распределения, расчет и обработка полученных результатов велись в программном комплексе ANSYS CFX и научном пакете Fastest-3D. Модели турбулентности тестировались на примере течения в двухмерном канале с различными числами Рейнольдса

(5600, 13750). Для верификации результатов использовались материалы, полученные с помощью DNS (прямого численного моделирования) [10].

В пакете ANSYS CFX, относящимся к коммерческим программным пакетам ВГД, использовался стандартный набор моделей турбулентности: $k-\varepsilon$, $k-\omega$ и SST . В научном коде Fastest-3D [11], расчет канала проводился с использованием следующих моделей турбулентности: $k-\varepsilon$, $k-\omega$, SST , $low-Re\ EARSM\ (WJ)$, $low-Re\ CLS$. Подготовка модели к расчету, сам расчет и обработка полученных результатов аналогичны подобным процессам в ANSYS CFX.

Рассматривались базовые варианты для обоих чисел Рейнольдса: с величиной пристеночной ячейки y_1 , равной 0.1, 0.01 мм с 30 элементами по ширине канала, а также сеточная модель с величиной пристеночной ячейки y_1 , равной 0.01 мм и 50 элементами по ширине канала. В табл. 3 дано описание рассматриваемых сеточных моделей, а также приведены значения y^+ для каждой из них.

Значение y^+ для рассматриваемых сеточных моделей.

Таблица 3

y_1 , мм	0.1 (30 элементов по ширине канала)			0.01 (30 элементов по ширине канала)			0.01 (50 элементов по ширине канала)		
	$k-\varepsilon$	$k-\omega$	SST	$k-\varepsilon$	$k-\omega$	SST	$k-\varepsilon$	$k-\omega$	SST
Re = 5600	3.29	3.62	3.59	0.32	0.37	0.37	0.33	0.37	0.37
Re = 13750	7.35	7.92	7.75	0.72	0.79	0.79	0.76	0.77	0.79

По результатам расчетов можно сделать выводы о том, что расчеты, с использованием рассматриваемых сеточных моделей, показали хорошее совпадение с DNS расчетом. Также характер обезразмеренных профилей скорости вполне соответствует ожидаемому для соответствующей модели турбулентности. Так расчеты с применением $k-\varepsilon$ модели привели к образованию излома профиля скорости вблизи y стенки. Хорошее

совпадение результата расчета с применением $k-\omega$ модели в основном потоке можно объяснить «несложным» характером течения в канале. По незначительному изменению профиля скорости в зависимости от качества сеточной модели можно сделать выводы о том, что качество сетки при рассматриваемых числах Рейнольдса оказывает незначительное влияние на результат. Влияние качества сетки на результат увеличивается с ростом числа Рейнольдса, что подтверждается величиной разброса полученных данных для $Re = 13750$ по сравнению с $Re = 5600$.

На основании этих расчетов была выбрана оптимальная сеточная модель с размером пристеночной ячейки 0.01 мм и 50 элементов по ширине канала.

Аналогичный расчет производился и в программном пакете Fastest-3D с использованием сеточной модели, имеющей следующие параметры: размер пристеночной ячейки – 0.02 мм, число элементов по ширине канала – 50, общее число элементов – 6000. На рис. 1 и 2 представлены профили скоростей, полученных в ходе расчетов оптимальной сеточной модели для ANSYS CFX и Fastest-3D, а также расчет в ANSYS CFX с использованием сеточной модели с параметрами оптимальными для расчета в Fastest-3D (маркировка на графиках ANSYS, Fastest-3D и ANSYS-Equival соответственно).

В таблице 4 приведены использованные значения y^+ для численной сетки в Fastest-3D.

Значение y^+ для эквивалентной сеточной модели.

Таблица 4.

Модель турбулентности		$k-\varepsilon$	$k-\omega$	SST
y^+	$Re = 5600$	0.34	0.42	0.41
	$Re = 13750$	0.77	0.87	0.86

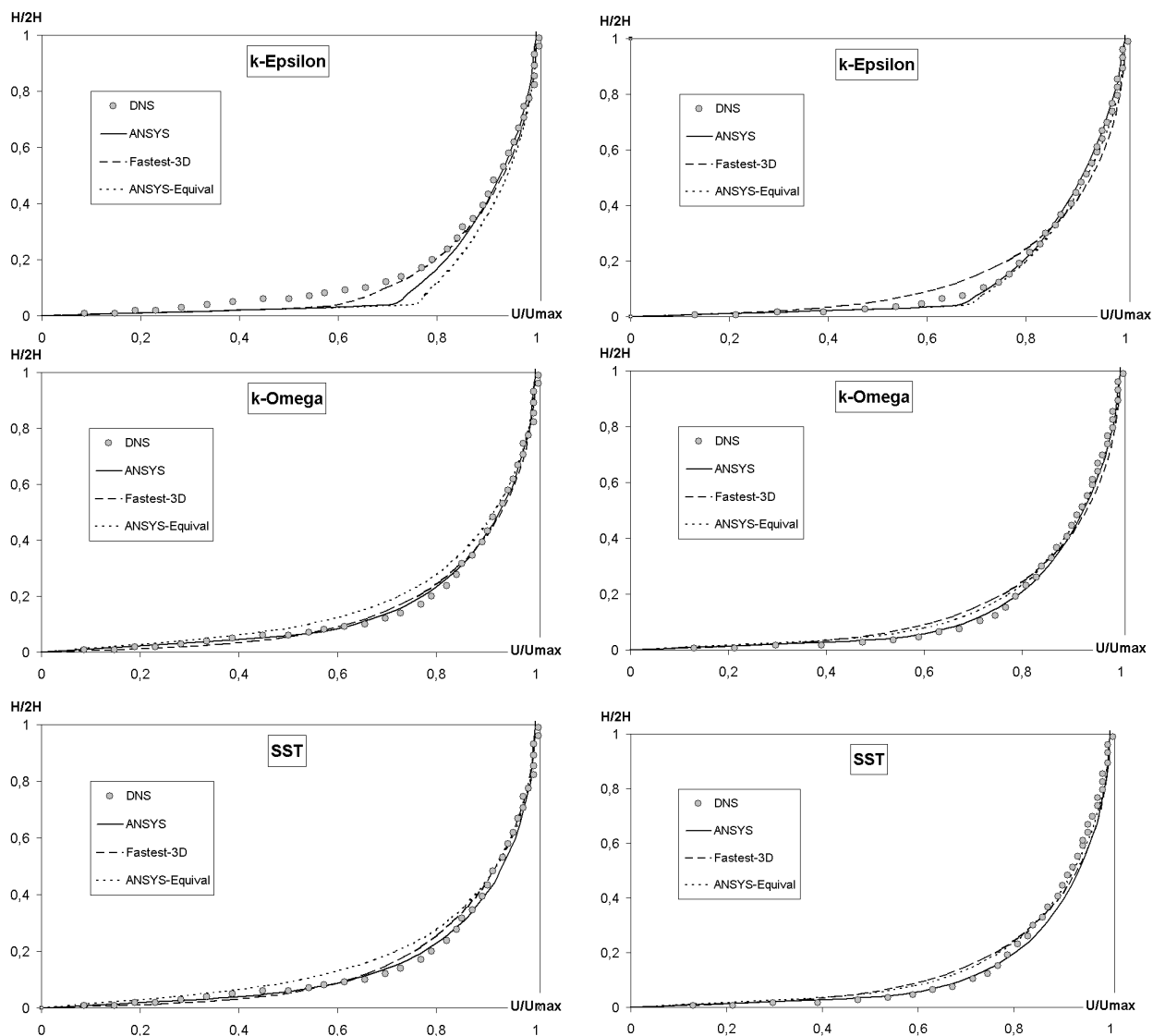


Рис 1. Профили скоростей, полученные для различных моделей турбулентности в Fastest-3D и ANSYS CFX (слева $Re=5600$, справа $Re=13750$)

Более детально пристеночное течение в канале исследовалось с использованием низкорейнольдсовых моделей турбулентности EARSM-WJ и CLS в программном комплексе Fastest-3D (рис. 3). Данные модели не представлены в ANSYS CFX.

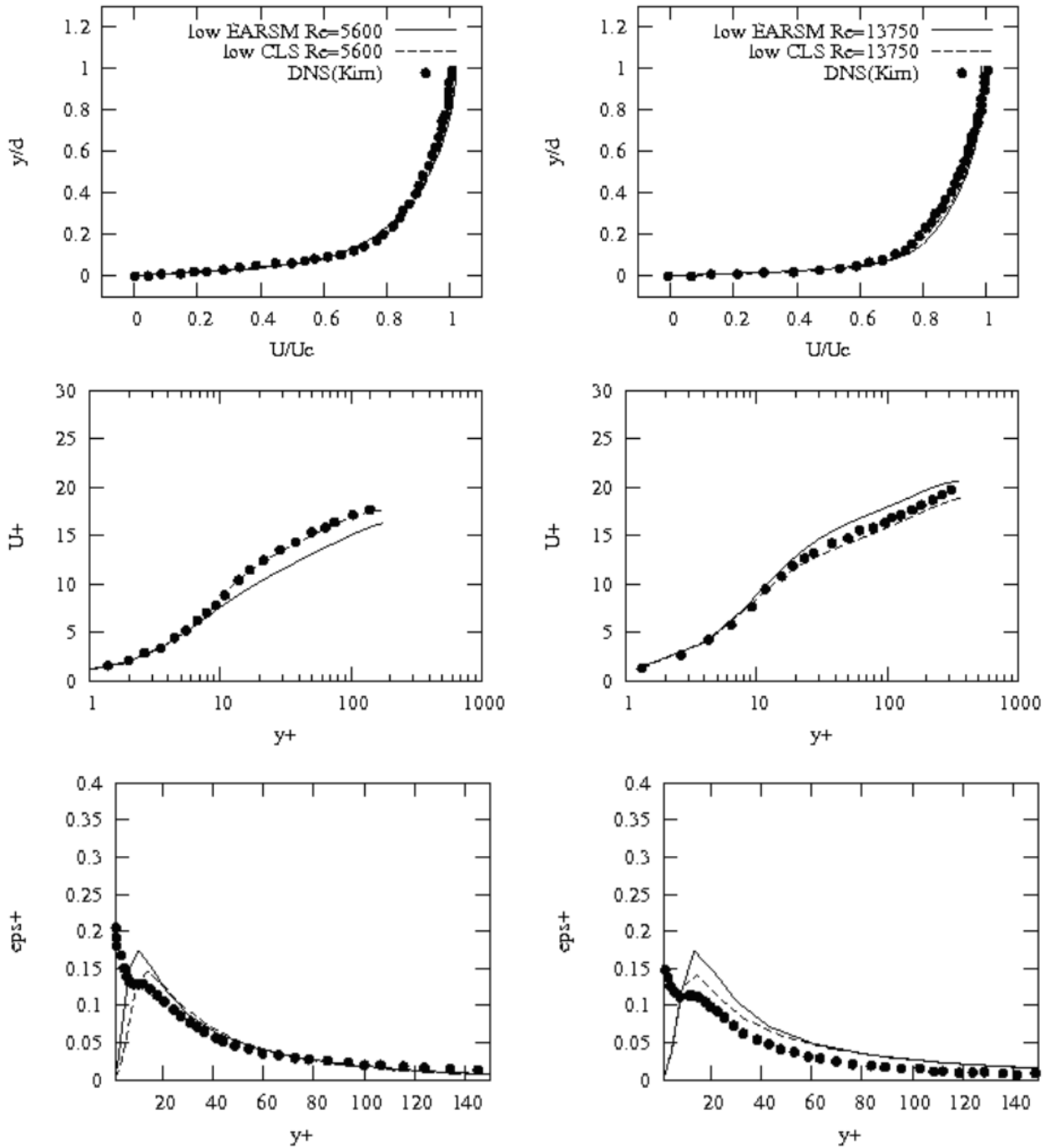


Рис 2. Профили скоростей, безразмерных скоростей, кинетической энергии турбулентности и диссипации с использованием low-Re моделей (Fastest-3D) (слева $Re=5600$, справа $Re=13750$)

Параметрический анализ сеточной модели показал, что при рассматриваемых числах Рейнольдса качество сеточной модели сильно не влияет на результаты расчета. Однако, стоит отметить, что это влияние увеличивается с ростом числа Рейнольдса.

Результаты расчета в ANSYS CFX и Fastest-3D показали хорошее совпадение результатов. Результаты расчета с применением оптимальной сеточной модели для Fastest-3D в программном комплексе ANSYS CFX показали наибольшие отклонения от DNS расчета. На основании этого, а также сравнения параметров оптимальных сеточных моделей, применяемых в рассматриваемых программных комплексах, можно сделать вывод, что программный комплекс Fastest-3D менее чувствителен к качеству сеточной модели.

Аннотация

В данной статье рассмотрено моделирование течения в плоском двумерном канале. Рассматривались режимы с числом Рейнольдса, равным 5600 и 13750. Был произведен параметрический анализ сеточной модели в зависимости от числа Рейнольдса Re . Произведено сравнение результатов расчета в программном пакете ANSYS CFX и Fastest-3D. Использовались следующие модели турбулентности: $k-\varepsilon$, $k-\omega$, SST , $low-Re EARSM (WJ)$ и $low-Re CLS$ модели.

In present paper the modeling of flows in 2D channel with different Reynolds number ($Re = 5600$, $Re = 13750$) are simulated. Additionally, the parametrical analysis for different meshes has been done. The comparison of numerical data was provided though CFD packages: ANSYS CFX and Fastest-3D. the following turbulent models have been used: $k-\varepsilon$, $k-\omega$, SST , $low-Re EARSM (WJ)$, $low-Re CLS$.

Библиографический список:

1. Alvelius K., Johansson A.V. Direct numerical simulation of rotating channel flow at various Reynolds numbers and rotation number. In PhD thesis of K. Alvelias Dept. of Mechanics, KTH, Stockholm, Sweden, 1999.
2. А.А. Юн. Теория и практика моделирования турбулентных течений. URSS. Москва, 2009.

3. Yun A. Development and Analysis of Advanced Explicit Algebraic, Turbulence and Scalar Flux models for Complex Engineering configuration. Doctor thesis. Darmstadt. 2005.
4. Jones W.P., Launder B.E. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. Int. J. Heat Mass Transfer, 15:301-314, 1972.
5. Wilcox D.C. Turbulence Modeling for CFD. California; 1994.
6. Menter F.R. Zonal two Equation $k-\omega$ Turbulence Models for Aerodynamic Flows. A/AA 93-2906.
7. А.А. Юн, Б.А. Крылов. Расчет и моделирование турбулентных течений с теплообменом, смешением, химическими реакциями и двухфазных течений в программном комплексе Fastest-3D: Учебное пособие. – М.: Изд-во МАИ, 2007. – 116с.: ил.
8. Wallin S. Engineering turbulence modeling for CFD with a focus on explicit algebraic Reynolds stress models. Doctoral thesis. Norstedts truckeri, Stockholm, Sweden, 2000.
9. Craft T.J., Launder B.E. and Suga K. Development and application of a cubic eddy – viscosity model of turbulence. Int. J. Heat and Fluid Flow 17:108-115, 1996.
10. Kim J., Moin P., Moser R. Turbulence statistics in fully developed channel flow at the low – Reynolds number. J. Fluid Mech., Vol. 177, pp.133-166.
11. FASTEST-3D-CFD-Code. Handbuch, Invent Computing GmbH, Erlangen, 1997.